

ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ
ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2008

Φυσική Κατεύθυνσης

1° ΘΕΜΑ

Κύλινδρος μάζας $m=1\text{Kg}$ και ακτίνας $R=1/3\text{m}$ τοποθετείται σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\varphi=30^\circ$. Ένα νήμα, μεγάλου μήκους, τυλίγεται στην περιφέρεια του κυλίνδρου, στο ελεύθερο άκρο του οποίου ασκείται σταθερή δύναμη με μέτρο $F=5\text{N}$ και διεύθυνση παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο, με αποτέλεσμα ο κύλινδρος να ανεβαίνει με επιτάχυνση. Η κίνηση του κυλίνδρου είναι περιστροφική και μεταφορική χωρίς ολίσθηση. Να υπολογιστούν:

- ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας του κέντρου μάζας του κυλίνδρου
- ο ρυθμός μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας του κυλίνδρου
- ο αριθμός των περιστροφών του κυλίνδρου όταν θα έχει ανέλθει στο κεκλιμένο κατακόρυφη απόσταση $h=2\text{m}$. Θεωρείται ότι το νήμα είναι αμελητέου πάχους και δεν μειώνεται η απόσταση του σημείου εφαρμογής της F από το κέντρο του κυλίνδρου, καθώς ξετυλίγεται το νήμα. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/sec}^2$ και η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου $I_{cm}=\frac{1}{2}mR^2$

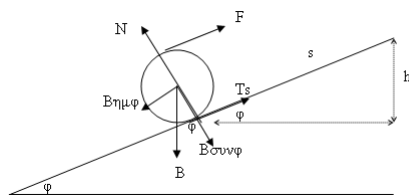
2° ΘΕΜΑ

Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων O_1, O_2 πάλλονται σύμφωνα με την εξίσωση $y=0,02\eta\mu 2\pi t$ (S.I) και δημιουργούν κύματα που διαδίδονται στην επιφάνεια ενός υγρού με ταχύτητα $u=2\text{m/s}$. Ένα κομμάτι φελλού απέχει από τις δύο πηγές O_1, O_2 αποστάσεις 4m και 2m αντίστοιχα.

- Να βρεθεί η χρονική στιγμή που ξεκινά την ταλάντωση ο φελλός.
- Πότε αρχίζει η συμβολή των δύο κυμάτων στο φελλό και ποιά είναι τότε η φάση των πηγών.
- Αν η απόσταση των πηγών είναι $L=(O_1, O_2)=6\text{m}$, να βρεθεί το πλήθος των κροσσών ενίσχυσης που τέμνουν το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει την πηγή O_2 με το σημείο Σ και βρίσκονται μεταξύ των O_2 και του σημείου Σ .
- Ποια είναι η ελάχιστη συχνότητα ταλάντωσης των πηγών ώστε ο φελλός να παραμένει συνεχώς ακίνητος;

ΛΥΣΕΙΣ

ΛΥΣΗ 1ου ΘΕΜΑΤΟΣ



ι, ιι) Το σώμα, με την επίδραση της

$F - B\eta\mu\varphi = F - mg\eta\mu\varphi = 5 - 1 \cdot 10 \cdot 1/2 = 0$ το σώμα ισορροπεί. Επειδή όμως, ο κύλινδρος, ανέρχεται με επιτάχυνση θα πρέπει να υπάρχει και τρίτη δύναμη με φορά προς τα πάνω. Αυτή δεν μπορεί να είναι άλλη εκτός της στατικής τριβής T_s .

Για το κύλινδρο από το Β' Νόμο Newton, λόγω της μεταφορικής κίνησης

$$\vec{\Sigma F} = m\vec{\alpha}_{cm} \rightarrow F + T_s - mg\eta\mu\varphi = m\alpha_{cm} \quad (1)$$

της περιστροφικής κίνησης

$$\vec{\Sigma \tau} = I_{cm}\alpha_{\gamma} \rightarrow F \cdot R - T_s \cdot R = \frac{1}{2} mR^2 \cdot \alpha_{\gamma} \quad (2)$$

και $\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma} R$ (3)

Από την επίλυση του συστήματος: (2) $\Rightarrow T_s = F - \frac{1}{2} mR\alpha_{\gamma}$

και μέσω της (3) $T_s = F - \frac{1}{2} mR\frac{\alpha_{cm}}{R} \Rightarrow T_s = F - \frac{1}{2} m\alpha_{cm}$

Από την (1)

$$F + F - \frac{1}{2} m\alpha_{cm} - mg\eta\mu\varphi = m\alpha_{cm} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{10}{3} \text{ m/sec}^2$$

Από την (3) $\alpha_{\gamma} = \frac{\alpha_{cm}}{R} \Rightarrow \alpha_{\gamma} = \frac{10/3}{1/3} \Rightarrow \alpha_{\gamma} = 10 \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2}$

ιι) Όταν ο κύλινδρος θα έχει ανέλθει κατακόρυφα κατά $h=1\text{m}$, θα έχει διανύσει απόσταση

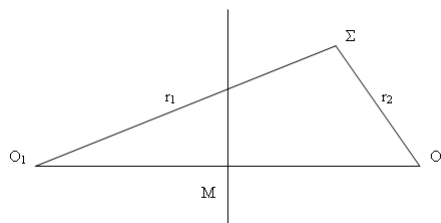
$$s = \frac{h}{\eta\mu\varphi} = \frac{2}{1/2} \Rightarrow s = 4\text{m}$$

Επειδή ο κύλινδρος κυλιέται (περιστροφική και μεταφορική χωρίς ολίσθηση), όσο διάστημα διανύει, τόσο τόξο διαγράφει κατά την περιστροφή του.

Επειδή σε 1 περιστροφή διαγράφει τόξο $2\pi R$, ο αριθμός των περιστροφών που θα έχει διαγράψει, αφού διανύσει διάστημα $S=4\text{m}$ θα είναι:

$$N = \frac{s}{2\pi R} = \frac{4}{2\pi \cdot 1/3} = \frac{6}{\pi} \text{ περιστροφές}$$

ΛΥΣΗ 2ου ΘΕΜΑΤΟΣ



1. Έστω $x_1=4\text{m}$ η απόσταση του φελλού από την πηγή O_1 και $x_2=2\text{m}$ η απόσταση από την πηγή O_2 . Τα κύματα που δημιουργούν οι πηγές φτάνουν στο φελλό σε χρόνους.

Από την πηγή O_1 : $t_1 = \frac{x_1}{u} = \frac{4}{2} = 2\text{s}$

Από την πηγή O_2 : $t_2 = \frac{x_2}{u} = \frac{2}{2} = 1\text{s}$

Άρα ο φελλός ξεκινά να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_2=1\text{s}$

2. Η συμβολή των κυμάτων αρχίζει τη χρονική στιγμή $t=2\text{s}$. Οι φάσεις των πηγών τότε θα είναι $\varphi=2\pi t$ με $t=2\text{s}$ έχουμε $\varphi=4\pi \text{ rad}$.

3. Όσοι κροσσοί ενίσχυσης διέρχονται από το $O_2\Sigma$ θα διέρχονται και από το O_2M αντίστοιχα.

Τα σημεία ενίσχυσης που βρίσκονται μεταξύ της πηγής O_2 και του μέσου M της $O_1 O_2$ απέχουν d_1, d_2 αποστάσεις από τις πηγές O_1 και O_2 αντίστοιχα.

Οπότε ισχύουν $d_1 - d_2 = k\lambda$ και $d_1 + d_2 = L$

Από το σύστημα έχω: $2d_1 = k\lambda + L \rightarrow d_1 = \frac{k\lambda + L}{2}$

Ομοίως

$$\frac{L}{2} < d_1 < L \Rightarrow \frac{L}{2} < \frac{k\lambda + L}{2} < L \Rightarrow L < k\lambda + L < 2L \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0 < k\lambda < L \Rightarrow 0 < k < \frac{L}{\lambda} \Rightarrow 0 < k < 3 \text{ οπότε } k=1,2$$

Για το σημείο Σ του φελλού θα έχουμε

$$x_1 - x_2 = k\lambda \Rightarrow 2 = k \cdot 2 \Rightarrow k=1$$

Άρα από τον φελλό διέρχεται κροσσός ενίσχυσης. Τότε μεταξύ της πηγής O_2 και του φελλού διέρχεται ακόμη 1 κροσσός ενίσχυσης.

4. Θέλουμε ο φελλός να είναι ακίνητος $x_1 - x_2 = (2k+1) \frac{\lambda}{2}$

όπου $\lambda = \frac{u}{f}$ άρα $x_1 - x_2 = (2k+1) \frac{u}{2f} \Rightarrow$

$$\Rightarrow f = (2k+1) \frac{u}{2(x_1 - x_2)} \Rightarrow f = (2k+1) \frac{2}{4} \Rightarrow f = k + \frac{1}{2}$$

έχω f_{\min} όταν $k=0$

Οπότε $f_{\min}=0,5\text{Hz}$

ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΕΠΙΜΕΛΗΘΗΚΑΝ ΤΑ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

Γ. ΧΑΣΙΑΚΗΣ
ΣΤΟΝ ΠΕΙΡΑΙΑ